Exercice 1 : Dérivation de grammaires Considérez la grammaire $(\{a, b, c\}, \{S\}, R, S)$ où R est

$S \rightarrow abS$

$S \rightarrow bcS$

$S \rightarrow bbS$

$S \rightarrow a$

$S \rightarrow cb$

Construisez l'arbre de dérivation des mots *bcbba*, *bbbcbba* et *bcabbbbbcb*.

De quel type est cette grammaire. Existe t'il une grammaire de type supérieur générant le même langage ?

Exercice 2 : Le but final de l'exercice est de trouver la grammaire du langage $L = \Sigma^* \setminus \{ab\}$ (tous les mots possibles sauf ab) défini sur $\Sigma = \{a, b\}$.

— Donner l'ensemble des mots de L qui sont de longueur inférieure ou égale à 2.

— Déterminer une grammaire du langage Σ^*.

— En déduire une grammaire du langage $\{w \in \Sigma^* \mid |w| > 2\}$.

— En vous aidant des questions 1. et 3., déterminer une grammaire du langage L.

Exercice 3 : Ecrire une grammaire de type 2 qui génère le langage $L = \{a^i b^j c^k \mid i = j \text{ ou } i = k\}$.

Exercice 4 : Simplification de grammaires

- Réduire les grammaires suivantes
  - G_1
    - $S \rightarrow bSc|bTc|a|\epsilon$
    - $T \rightarrow U$
    - $U \rightarrow bUc|T$
    - $V \rightarrow U|bc$
  - G_2
    - $S \rightarrow UXT$
    - $T \rightarrow b$
    - $U \rightarrow aV|aXTXb$
    - $V \rightarrow cV|aWT$
    - $W \rightarrow V$
    - $X \rightarrow ab|\epsilon$
    - $Y \rightarrow cZ$
    - $Z \rightarrow aa$

Exercice 5 : Lemme d'Arden Soit $E, F \subseteq \Sigma^*$ des langages.

1. Montrer que E^*F est solution de l'équation $X = EX + F$.
2. Montrer que, si $\varepsilon \notin E$, alors E^*F est l'unique solution de cette équation.